زمان‌بندی سالن‌های جراحی با در نظر گرفتن محدودیت زمانی پزشکان تحت عدم‌قطعیت

محمدرضا رسولی
دانشجوی کارشناسی‌ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف
محسن ورمزیار
استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

سالن‌های جراحی یکی از مهم‌ترین بخش‌ها بیمارستان‌ها هستند، سالن‌های جراحی دوسوم درآمد بیمارستان‌ها را به دست می‌آورند و همچنین حدود ۴۰ درصد از هزینه‌های بیمارستان را تشکیل می‌دهند. مدیریت بیمارستان به دنبال کاهش هزینه‌ها و همچنین افزایش بهره‌وری است، بنابراین برنامه‌ریزی و زمان‌بندی موثر و کارای سالن جراحی، امری ضروری است.

عدم‌قطعیت در داده‌های موجود در طی فرآیند زمانبندی اتاق‌عمل امری غیرقابل اجتناب است. لذا به جهت نزدیک نمودن مسئله به شرایط دنیای واقعی و بدست آوردن جوابی قابل استناد لازم است که عدم قطعیت را در مدل ریاضی ارائه شده در این حوزه در نظر گرفت. مهم‌ترین پارمتر غیرقطعی در مسئله برنامه‌ریزی وزمان‌بندی سالن‌های جراحی، مدت‌زمان جراحی است. مدت زمان جراحی هر بیمار به دلیل عواملی مانند مهارت پزشکان، سن بیمار، شرایط زمینه‌ای بیمار و در دسترس بودن منابع و ... همواره تحت عدم‌قطعیت قرار دارد و همین عامل برنامه‌ریزی و زمان‌بندی سالن‌های جراحی را با چالش مواجه می‌کند. در این پژوهش یک مدل برنامه‌ریزی عددصحیح مختلط برای برنامه‌ریزی وزمان‌بندی سالن‌های جراحی تحت عدم‌قطعیت ارائه شده‌است. این مدل به تخصیص بیماران به اتاق‌های عمل، روزهای کاری و جراحان می‌پردازد و زمان شروع و پایان جراحی هر بیمار را مشخص می‌کند. هدف مدل، افزایش بهره‌وری سالن‌های جراحی با تخصیص حداکثر بیماران ممکن به اتاق‌های عمل با توجه به محدودیت‌های موجود است و در نهایت برای حل مدل تحت عدم‌قطعیت از رویکرد بهینه‌سازی استوار استفاده می‌کنیم.

واژگان کلیدی: برنامه‌ریزی، زمان‌بندی، سالن‌های جراحی، برنامه‌ریزی عددصحیح مختلط، عدم‌قطعیت، بهینه‌سازی استوار

مقدمه

بهداشت و درمان یکی از بزرگترین و مهم‌ترین صنایع در کشورها است. مصارف بهداشت و درمان هم در کشورهای توسعه‌یافته و هم کشورهای در حال توسعه، درصد قابل توجهی از تولید ناخالص داخلی را به خود اختصاص می‌دهد. طبق آمار سازمان بهداشت جهانی در سال ۲۰۱۱، بهداشت و درمان ۹.۳ درصد از تولید ناخالص داخلی انگلستان را به خود اختصاص داده‌است و همچنین در ایران به عنوان یک کشور در حال توسعه، مصارف بهداشت و درمان، ۶.۰ درصد از تولید ناخالص داخلی بوده‌است. این آمار اهمیت مراکز بهداشتی و درمانی را نشان می‌دهد.

بیمارستان به عنوان یکی از مهم‌ترین بخش‌های هر سیستم سلامت شناخته می‌شود. بیمارستان‌ها همواره با محدودیت‌های مختلفی از جمله محدودیت بودجه روبرو هستند، بنابراین بیمارستان‌ها به دنبال کاهش هزینه‌ها و بهبود دارایی‌های مالی هستند. افزایش بهره‌وری در بیمارستان‌ها یکی از روش‌های مدیریتی است که می‌تواند راهکاری برای کاهش هزینه‌های موجود باشد و زمان‌بندی یکی از راه‌های افزایش بهره‌وری و کاهش هزینه در بیمارستان‌ها است(Zakaria Abdelrasol, 2014) .

سالن‌های جراحی یکی از بخش‌های مهم در بیمارستان‌ها هستند، سالن‌های جراحی دوسوم درآمد بیمارستان‌ها را به دست می‌آورند و همچنین حدود ۴۰ درصد از هزینه‌های بیمارستان را تشکیل می‌دهند. مدیریت بیمارستان به دنبال کاهش هزینه‌ها و همچنین افزایش بهره‌وری است، بنابراین برنامه‌ریزی و زمان‌بندی موثر و کارای سالن جراحی، امری ضروری است (Brian T. Denton, 2010).

برنامه‌ریزی وزمان‌بندی سالن‌های جراحی شامل دو مرحله تخصیص بیماران(زمان‌بندی پیشرفته) و در ادامه برنامه‌ریزی و زمان‌بندی آن‌ها(زمان‌بندی تخصیص)است. بیشتر مطالعات فقط به مطالعه یکی از این مراحل می‌پردازند و مطالعات کمی ترکیب این دو سطح را بررسی کرده‌اند. (Roberto Aringhieri, 2015)، یک مسئله زمان‌بندی پیشرفته را مطالعه معرفی کردند. آن‌ها بلوک‌های زمانی اتاق‌عمل را به تخصص‌های مختلف تخصیص دادند. (Brecht Cardoen, 2009)، به معرفی یک مسئله زمان‌بندی تخصیص پرداختند و زمان تکمیل فرایند هر بیمار را تعیین کردند و منابع جراحی را به بیماران تخصیص دادند. برخی از پژوهش‌ها، زمان‌بندی پیشرفته و زمان‌بندی تخصیص را با هم مورد مطالعه قرار دادند. (Inês Marques, 2012)، برنامه‌ریزی و زمان‌بندی سالن‌های جراحی را با هدف بهره‌وری بیشتر از بخش جراحی و منابع موجود در آن انجام دادند. بر طبق مدل برنامه‌ریزی خطی عددصحیح پیشنهادی آن‌ها، بیماران انتخابی از لیست انتظار عمل انتخاب شده و در افق زمانی یک هفته‌ای به اتاق عمل و روز معین تخصیص داده می‌شوند. به این ترتیب آن‌ها صورت همزمان، هم زمان‌بندی پیشرفته و هم زمان‌بندی تخصیص اتاق عمل را با هم در نظر گرفتند و ترتیب عمل انجام شده نیز برای بیماران تعیین می‌گردد. از آنجایی که مدل ارائه شده پیچیده است، نویسندگان با استفاده از الگوریتم‌های ساده و موثر هیوریستیک از طریق تقسیم مدل به دو زیر مسئله خطی عددصحیح سلسله مراتبی جواب‌های غیر بهینه را شناسایی و بهبود دادند.

علاوه بر این در نظر گرفتن بخش‌های مرتبط با اتاق‌عمل یکی از مهم‌ترین موضوعاتی است که در ادبیات مسئله برنامه‌ریزی و زمان‌بندی اتاق‌عمل در نظر گرفته می‌شود. بسیاری از مطالعات فقط به برنامه‌ریزی و زمان‌بندی یک اتاق‌عمل می‌پردازند در حالی که در واقعیت، اتاق‌عمل با سایر بخش‌ها در ارتباط است و محدودیت‌های موجود در بخش‌های مرتبط با جراحی منجر به لغو جراحی‌های از پیش برنامه‌ریزی‌شده می‌شود. (H. Fei, 2010) ، مدل برنامه‌ریزی خطی عددصحیح برای مسئله برنامه-ریزی وز زمان‌بندی اتاق عمل با در نظر گرفتن محدودیت تخت‌های ریکاوری معرفی کردند و این مدل را با استفاده از الگوریتم تولید ستون مبتنی بر فرایند ابتکاری حل کردند. (Rafael Calegari, 2020)، یک روش ابتکاری برای زمان‌بندی و تعیین توالی جراحی‌ها پیشنهاد کردند که هم منابع بالادستی و هم منابع پایین‌دستی مورد نیاز برای انجام آن‌ها مانند کیت‌های جراحی، تخت‌های واحد مراقبت پس از بیهوشی و تیم‌های جراحی (جراحان، پرستاران و متخصصان بیهوشی) را در نظر می‌گیرد. آن‌ها با استفاده از تکنیک‌های ترکیبی فلوشاپ و مفهوم شکست در لحظه، تعداد بیماران اختصاص داده شده به اتاق‌های عمل را همزمان با به حداقل رساندن واریانس زمان‌های اتمام جراحی و هموارسازی تقاضای منابع بالادستی و پایین-

دستی به حداکثر می‌رسانند. (Manel Belkhamsa, 2018)، ، مسئله زمان بندی جراحی اتاق عمل با محدودیت منابع در هر یک از مراحل قبل از عمل، حین عمل و بعد از عمل را با هدف حداقل کردن بیشینه زمان تکمیل و زمان‌های بیکاری مطالعه کردند. آن‌ها دو الگوریتم فراابتکاری شامل یک رویکرد جستجوی محلی تکراری و یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی، ارائه کردند و مسئله را با استفاده از داده‌های واقعی حل کردند. (Azadeh Farsi, 2023)، مسئله برنامه‌ریزی یکپارچه اتاق‌های عمل، پرستاران و جراحان با هدف به حداقل رساندن زمان تکمیل فرایند جراحی و به حداکثر رساندن رضایت بیمار و تیم‌های جراحی را بیان کردند.

یکی از بزرگترین مشکلاتی که در برنامه ریزی و زمان بندی اتاق های عمل با آن مواجه می شویم، وجود عدم‌قطعیت بیش از حد به دلیل ساختار این مسائل است. ادبیات مربوط به زمان‌بندی سالن‌های جراحی نشان می‌دهد که عدم قطعیت ، یک عامل ذاتی در خدمات جراحی است. واضح است که به دلیل ماهیت بسیار متغیر موارد جراحی، عدم قطعیت یک موضوع تاثیرگذار است(Wim Vancroonenburg, 2015) . مهم‌ترین و تاثیرگذارترین عدم‌قطعیت در مسائل برنامه‌ریزی و زمان‌بندی سالن‌های جراحی ، عدم‌قطعیت در مدت زمان جراحی است. در نظر گرفتن عدم قطعیت در مدت زمان جراحی و مداخلات اورژانسی می‌تواند مسائل زمان‌بندی سالن‌های جراحی را کاملاً متفاوت از موارد قطعی کند. عدم قطعیت در مدت زمان جراحی معمولاً در بسیاری از مسائل برنامه ریزی و زمان بندی سالن‌های جراحی نادیده گرفته می شود. علاوه بر عدم قطعیت در مدت زمان جراحی، عدم قطعیت در مواردی مانند ورود غیرقابل پیش بینی یک بیمار اورژانسی نیز بر برنامه جراحی تاثیر دارد. علاوه بر عدم قطعیت در مدت زمان جراحی و عدم قطعیت در ورود بیماران، برخی از اشکال دیگر عدم قطعیت مانند عدم‌قطعیت در مورد منابع در دسترس و بخش‌های مراقبت نیز توسط محققان در نظر گرفته شده است.

برنامه‌ریزی تصادفی، یکی از متداول‌ترین رویکردها برای مقابله با عدم‌قطعیت است با این حال، دو نقطه ضعف اصلی در ارتباط با این رویکرد وجود دارد. اولین مورد این است که برنامه‌ریزی تصادفی به توزیع احتمال متغیرهای تصادفی نیاز دارد که به دست آوردن آن به دلیل محدود بودن داده‌های تاریخی در بسیاری از مسائل زمان‌بندی سالن جراحی در دنیای واقعی دشوار است. دومین اشکال برنامه‌ریزی تصادفی، پیچیده بودن محاسبات آن است. به عبارتی دیگر، برنامه‌ریزی تصادفی مبتنی بر سناریو که در بیشتر مواقع استفاده می‌شود، مجموعه‌ای از سناریوهای بالقوه را با گسسته کردن توزیع احتمال که نشان دهنده متغیرهای تصادفی است، تعریف می‌کند و تعداد سناریوها به صورت صعودی رشد می‌کند که باعث پیچیده شدن محاسبات آن می‌شود(M.S. Pishvaee, 2012) . برای حل این مشکلات، از رویکرد بهینه‌سازی استوار استفاده می‌شود. (Mahboubeh Norouzi, 2023) ، مسئله زمان‌بندی و برنامه‌ریزی اتاق عمل تحت استراتژی بلوکی اصلاح شده را معرفی کردند. آن ها مدت زمان جراحی را به عنوان پارامتر غیرقطعی در نظر گرفتند و مسئله را تحت رویکرد بهینه‌سازی استوار حل کردند.

در این پژوهش به ارائه یک مدل یکپارچه برنامه‌ریزی و سالن‌های جراحی با در نظر گرفتن محدودیت بخش‌های پس از جراحی با ادغام زمان‌بندی پیشرفته و زمان‌بندی تخصیص تحت عدم‌قطعیت مدت زمان جراحی با رویکرد بهینه‌سازی استوار می‌پردازیم.

روش تحقیق

در این پژوهش به معرفی یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای مسئله زمان‌بندی سالن جراحی می‌پردازیم. در این مسئله، ابتدا بیماران از روی لیست انتظار به اتاق‌های عمل تخصیص داده می‌شوند و سپس پس از انجام جراحی به سالن بازیابی انتقال داده می‌شوند و پس از آن در صورت نیاز به بخش‌های مراقبت‌های ویژه منتقل می‌شوند. در این مسئله فرض شده‌است که همه بیماران پس از جراحی به بازیابی احتیاج دارند اما فقط برخی از بیماران به بخش مراقبت‌های ویژه نیاز دارند.

پس از معرفی مدل مسئله در حالت قطعی، ابتدا رویکردهای کلاسیک بهینه‌سازی استوار را معرفی و پس از آن به معرفی مجموعه عدم‌قطعیت مبتنی بر داده می‌پردازیم و گام‌های آن را شرح می‌دهیم.

مفروضات مسئله برنامه‌ریزی سالن جراحی به صورت زیر است:

-در این مسئله، فرض می‌کنیم که فقط یک سالن جراحی با چند اتاق عمل وجود دارد.

-در این مسئله فقط به بررسی و تخصیص بیماران انتخابی می‌پردازیم و از بیماران اورژانسی صرف نظر شده‌است.

-در این مسئله، از استراتژی زمان‌بندی باز استفاده شده‌است.

-مدت‌زمان جراحی برای بیماران به صورت غیرقطعی فرض شده‌است.

-فرض کرده‌ایم از همان ابتدا لیست بیمارانی که باید برنامه‌ریزی شوند را در اختیار داریم.

-بیماران از قبل به اتاق‌های عمل و جراحان تخصیص داده شده‌اند.

-زمان حضور جراحان در بیمارستان محدود است و هر جراح در هر روز فقط ساعات مشخصی در بیمارستان حضور دارد.

- امکان توقف جراحی وجود ندارد.

-امکان در نظر گرفتن اضافه‌گاری برای هیچ یک از بخش‌های سالن جراحی وجود ندارد.

-بازه زمانی جراحی از ساعت ۷ صبح تا ۱۹ در نظر گرفته شده‌است.

-مدت زمان حضور بیمار در بخش‌های بعد از اتاق‌عمل به صورت قطعی فرض شده‌است.

-هیچ محدودیتی برای زمان انتظار بیمار در نظر گرفته نشده‌است، به این معنا که بیمار در تمامی روزهای هفته آماده جراحی هست.

- افق زمانی برنامه‌ریزی، پنج روز است.

- بیمار فقط به وسیله یک جراح و فقط در یکی از اتاق‌های عمل می‌تواند جراحی شود.

- فرض کرده‌ایم اتاق‌های عمل همواره درسترس هستند و هیچ محدودیتی از این نظر وجود ندارد.

بر اساس فرض‌های گفته‌شده مدل برنامه‌ریزی عددصحیح مختلط به صورت زیر خواهد بود. در جدول ۱ به معرفی مجموعه‌ها و پارامترها و متغیرهای مسئله می‌پردازیم.

جدول۱- معرفی مجموعه‌ها، پارمترها و متغیرهای مسئله

مجموعه ها	توصیف
I	مجموعه بیماران در لیست انتظار
R	مجموعه اتاق‌های عمل
D	مجموعه روزهای برنامه‌ریزی شده برای جراحی
H	مجموعه جراحان
K	مجموعه تخت‌های بخش ریکاوری
P	منابع پس از جراحی
پارامترها	**توصیف**
du_i^1	مدت زمان جراحی بیمار i (ساعت)
Q_{ir}	۱ اگر بیمار i بتواند در اتاق r عمل شود
DOC_{hd}	مدت زمان حضور جراح h در طول روز d ام(ساعت)
A_{hd}	ابتدای بازه زمانی حضور جراح جراح h در طول روز d
B_{hd}	انتهای بازه زمانی حضور جراح جراح h در طول روز d
η_{ih}	یک است اگر بیمار i بتواند توسط جراح h جراحی شود
du_i^2	مدت زمان اقامت بیمار i در بخش ریکاوری(ساعت)

$\lambda_i.p$	اگر بیمار i به منبع p نیاز داشته باشد.
$Ca_d.p$	ظرفیت آزاد منبع p در روز d
$du_{i.p}^3$	مدت زمان استراحت بیمار i در منبع p (روز)
M	عدد بسیار بزرگ
متغیرهای تصمیم	**توصیف**
x_{ird}	یک است اگر بیمار i دراتاق r در روز d جراحی شود
F_{ijd}	۱ است اگر بیمار j بعد از بیمار i در روز d جراحی شود
S_{ijdp}	۱ است اگر بیمار j بعد از بیمار i در روز d وارد منبع p شود
t_i^1	زمان تکمیل فرایند جراحی بیمار i در اتاق عمل
$t_i.p$	زمان تکمیل فرایند بیمار i در منبع p
y_{idp}	۱ است اگر بیمار i در روز d در منبع p باشد
xi_{id}	۱ است اگر بیمار i در روز d در منبع p باشد.

$$max \frac{1}{|I|}\sum_{i=1}^{I}\sum_{r=1}^{R}\sum_{d=1}^{D} x_{ird} \qquad (۱)$$

$$\sum_{r=1}^{R}\sum_{d=1}^{D} x_{ird} \le 1 \qquad \forall i \in I \qquad (۲)$$

$$\sum_{d=1}^{D} x_{ird} \le Q_{ir} \qquad \forall i \in I. \forall r \in R \qquad (۳-۱)$$

$$\sum_{r=1}^{R}\sum_{i=1}^{I} du_i^1\, x_{ird}\eta_{ih} \le DOC_{hd} \quad \forall d \in D. \forall h \in H \qquad (۳-۲)$$

$$t_i^1 - du_i^1 \ge 24(d-1) + A_{hd} - M\left(1 - \sum_{r=1}^{R} x_{ird}\eta_{ih}\right)$$

$$\forall i \in I. \forall h \in H. \forall d \in D \qquad (۳-۳)$$

$$t_i^1 \leq 24(d-1) + B_{hd} - M\left(1 - \sum_{r=1}^{R} x_{ird}\eta_{ih}\right)$$

$\forall i \in I . \forall h \in H . \forall d \in D$ (۳ − ۴)

$$t_j^1 \geq t_i^1 + du_j^1 - M\left(3 - \sum_{r=1}^{R} x_{ird}\eta_{ih} - \sum_{r=1}^{R} x_{jrd}\eta_{jh} - F_{ijd}\right)$$

$\forall i . j \in I . i \neq j . \forall h \in H . \forall d \in D$ (۴)

$$t_j^1 \geq t_i^1 + du_j^1 - M(3 - x_{ird} - x_{jrd} - F_{ijd})$$

$\forall i . j \in I . i \neq j . \forall r \in R . \forall d \in D$ (۵)

$$t_i . p = t_i^1 + du_i^2\left(\sum_{r=1}^{R}\sum_{d=1}^{D} x_{ird}\right) \qquad \forall i \in I . p \in P$$ (۶)

$$t_i^1 \leq M\left(\sum_{r=1}^{R}\sum_{d=1}^{D} x_{ird}\right) \qquad \forall i \in I$$ (۷)

$$t_i . p \geq t_j . p + du_j^2 - M(3 - y_{idp} - y_{jdp} - S_{ijd})$$

$\forall i . j \in I . i \neq j . \forall k \in K . \forall d \in D . p \in P$ (۸)

$$24(d-1) - M\left(1 - \sum_{r=1}^{R} x_{ird}\right) \leq t_i^1 - du_i^1$$

$\forall d \in D . \forall i \in I$ (۹−۱)

$$t_i^1 \leq 24(d-1) + 12 + M\left(1 - \sum_{r=1}^{R} x_{ird}\right)$$

$\forall i \in I . \forall d \in D$ (۹−۲)

$$F_{ijd} + F_{jid} \leq 1 + M\left(2 - \sum_{r=1}^{R} x_{ird} - \sum_{r=1}^{R} x_{jrd}\right)$$

$\forall i.j \in I.i \neq j.i \prec j.\forall d \in D$ (۱۰ − ۱)

$$F_{ijd} + F_{jid} \geq 1 - M\left(2 - \sum_{r=1}^{R} x_{ird} - \sum_{r=1}^{R} x_{jrd}\right)$$

$\forall i.j \in I.i \neq j.i \prec j.\forall d \in D$ (۱۰ − ۲)

$$S_{ijdp} + S_{jidp} \leq 1 + M\left(2 - \sum_{r=1}^{R} x_{ird} - \sum_{r=1}^{R} x_{jrd}\right)$$

$\forall i.j \in I.i \neq j.i \prec j.\forall d \in D$ (۱۱ − ۱)

$$S_{ijdp} + S_{jidp} \geq 1 - M\left(2 - \sum_{r=1}^{R} x_{ird} - \sum_{r=1}^{R} x_{jrd}\right)$$

$\forall i.j \in I.i \neq j.i \prec j.\forall d \in D$ (۱۱ − ۲)

$$t_j^1 - du_j^1 \geq t_i^1 - du_i^1 - M\left(3 - F_{ijd} - \sum_{r=1}^{R} x_{ird} - \sum_{r=1}^{R} x_{jrd}\right)$$

$\forall i.j \in I.i \neq j.\forall d \in D$ (۱۲)

$$t_j.p - du_j^2 \geq t_i.p - du_i^2 - M\left(3 - S_{ijdp} - \sum_{r=1}^{R} x_{ird} - \sum_{r=1}^{R} x_{jrd}\right)$$

$\forall i.j \in I.i \neq j.\forall d \in D$ (۱۳)

$$F_{ijd} + S_{ijdp} \leq 2 \cdot \sum_{r=1}^{R} x_{ird}$$

$\forall i.j \in I.i \neq j.\forall d \in D$ (۱۴ − ۱)

$$F_{ijd} + S_{ijdp} \leq 2 \cdot \sum_{r=1}^{R} x_{jrd}$$

$$\forall i.j \in I.i \neq j.\forall d \in D \qquad (۱۴-۲)$$

$$\sum_{i=1}^{I} \lambda_i . p \cdot \sum_{r=1}^{R} x_{ird} x_{ird} \leq Ca_{d.p} - \sum_{i=1}^{I} xi_{id}\ \ xi_{id} \geq \sum_{r=1}^{R} x_{ird'} . \lambda_i . p$$

$$if d' \leq d \leq d' + du_{i.p}^3\ \forall d \in D. \forall d' \in D. \forall i \in I,. \forall p \in P \qquad (۱۵)$$

$$\begin{array}{ll} t_i^1 . t_i . p \geq 0 & \forall i \in I. p \in P \\ x_{ird} \in \{0.1\} & \forall i.r.d \\ y_{ikd} \in \{0.1\} & \forall i.k.d \\ F_{ijd} \in \{0.1\} & \forall i.j \in I. \forall d \\ S_{ijd} \in \{0.1\} & \forall i.j \in I. \forall d \\ x_{id} \in \{0.1\} & \forall i \in I. d \in D \end{array}$$

(۱۶)

رابطه ی (۱) بیان می‌کند که هدف مورد نظر بیشینه نمودن تعداد بیمارانی است که در طول افق برنامه ریزی جراحی می-شوند.محدودیت (۲) بیان می‌کند که هر بیمار حداکثر باید در یک اتاق و یک روز جراحی شود. محدودیت (۳) بیان می‌کند که هر بیمار در صورت وجود اتاق عمل و جراح مخصوص به خود جراحی می‌شود و همچنین این محدودیت حداقل زمان شروع و حداکثر زمان شروع جراحی هر بیمار را مشخص می‌کند. محدودیت (۴) توالی جراحی‌های انجام شده را مشخص می‌کند به عبارتی زمان شروع جراحی بیمار j بعد از اتمام زمان جراحی بیمار i است. در این جا فرض شده است که جراحی i قبل از جراحی j انجام می‌شود. محدودیت (۵) توالی جراحی‌هایی که پزشک مشترک ندارند را مشخص می‌کند. محدودیت‌های (۶) و (۷) رابطه ی بین زمان تکمیل دو مرحله یک جراحی و محدودیت (۸) عدم همپوشانی بیماران را در بخش‌های پس از جراحی بیان می‌کندرابطه ی (۹) محدوده ی زمانی برای جراحی های هر روز را نشان می‌دهد و نشان می‌دهد که هر جراحی فقط در بازه‌های مجاز می‌توان انجام شود. محدودیت‌های (۱۰) و (۱۱) وضعیت دو بیمار را در اتاق عمل بخش‌های پس از جراحی نشان می‌دهدو اولویت بیماران نسبت به یکدیگر را مشخص می‌کند. محدودیتهای (۱۲) و (۱۳) زمان شروع دو فرایند را نسبت به هم در اتاق عمل بخش‌ها را بیان می‌کند. محدودیت (۱۴) تا (۱۵) مربوط به تخت‌های خالی بخش های پس از جراحی است. و در نهایت محدودیت (۱۶) نوع هر کدام از متغیرها و مقادیر مجاز برای آنها را مشخص می‌نماید.

یکی از رویکردهای اساسی برای بررسی اثر تغییرات داده‌های غیرقطعی بر جواب مسأله، استفاده از روش بهینه‌سازی استوار است. در روش بهینه‌سازی استوار، یک مجموعه عدم‌قطعیت به عنوان مجموعه مقادیری که داده‌های غیرقطعی می‌توانند بپذیرند تعریف می‌شود. این روش بهترین جواب برای مسأله را به گونه‌ای به دست می‌آورد که حتی در بدترین شرایط پارامتری

هم استوار باقی بماند. بنابراین جواب یک مدل بهینه‌سازی استوار، در برابر تمامی مقادیر ممکن پارامترهای مسأله استوار و تضمین شده است. موضوع تحقیق حاضر بررسی مسئله زمان‌بندی و برنامه‌ریزی سالن جراحی با درنظر گرفتن عامل عدم‌قطعیت مدت زمان جراحی است. بهینه‌سازی استوار از متداول‌ترین روش‌های مواجهه با عدم‌قطعیت است. مدل‌های بهینه‌سازی استوار و نحوه مواجهه هر یک از آنها با عدم‌قطعیت، متاثر از مجموعه عدم‌قطعیتی است که مدل بر مبنای آن بنا نهاده شده است. در این بخش ضمن مرور مهم‌ترین مجموعه‌های عدم‌قطعیت، پژوهش‌های مرتبط با زمان‌بندی و برنامه‌ریزی سالن جراحی نیز به تفکیک نوع مجموعه عدم‌قطعیت آن بررسی شده است.

مدل برنامه‌ریزی خطی غیرقطعی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max cx$$

$$\tilde{a}x \leq b$$

$$l \leq x \leq u \tag{۱۸}$$

فرض می‌شود در مسأله برنامه‌ریزی خطی فوق عدم‌قطعیت تنها در ماتریس $\tilde{a}$ وجود داشته باشد. ماتریس غیرقطعی $\tilde{a}$ در مدل (۱) متشکل از درایه‌های $\tilde{a}_{ij}$ به‌عنوان مقادیر واقعی ضرایب فنی می‌باشد که می‌توانند در بازه $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}.a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$ مقدار بگیرند. a_{ij} مقدار اسمی پارامتر غیرقطعی و $\hat{a}_{ij}$ حداکثر اختلال یا نوسان مثبت نامیده می‌شود. بنابراین می‌توان مقدار واقعی پارامتر را به شکل زیر تعریف کرد:

$$\tilde{a}_{ij} = a_{ij} + \zeta_{ij}\hat{a}_{ij} \tag{۱۹}$$

در معادله (۱۹)، ζ_{ij} یک متغیر تصادفی است که آن را عامل نوسان می‌نامیم و در بازه [۱, ۱-] می‌تواند مقدار بگیرد.

در یک مسئله بهینه‌سازی غیرقطعی عموما ζ_{ij} ها متغیرهای تصادفی مستقل فرض می‌شوند. بنابراین اگر هر $|\zeta_{ij}|$ مجاز باشد مقداری بین صفر تا Ψ_i بگیرد $(۰ < \Psi_i \leq ۱)$ آنگاه فضای اشتراک حاصل از n اختلال (ζ_{ij}) یک مکعب n بعدی را تشکیل می‌دهد. این فضا را به واسطه شکل هندسی آن، فضای عدم‌قطعیت جعبه‌ای می‌نامند و می‌توان آن را به شکل زیر فرمول بندی کرد:

$$U^A = \{\tilde{a}_{ij} = a_{ij} + \zeta_{ij}\hat{a}_{ij} \mid |\zeta_{ij}| \leq \Psi_i \,.\, \forall i\} \tag{۲۰}$$

مجموعه عدم‌قطعیت (۲۰) تمام متغیرهای تصادفی ζ_{ij} از محدودیت i ام را ملزم می‌کند تا اختلالی کمتر از Ψ_i داشته باشند. مدل همتای استوار مبتنی بر مجموعه عدم‌قطعیت (۲۰) به شرح زیر است:

$$\max \quad c'x$$

$$st: \quad \sum_j a_{ij}x_j + \Psi_i \sum_j a_{ij}y_i \leq b_i \qquad \forall i$$

$$-y_j \leq x_j \leq y_j \qquad \forall j$$

$$l \leq x \leq u$$

$$y \geq 0$$

(۲۱)

حالت خاص $\Psi_i = ۱$ به‌عنوان اولین مدل بهینه‌سازی استوار معرفی شد(Ierapetritou, 2008) . از آنجاکه این مدل به تمام عوامل اختلال (ζ_{ij}) اجازه می‌دهد در تمام بازه ممکن [۱, ۱-] نوسان داشته باشند، جواب مدل همواره استوار باقی خواهد ماند. باید توجه داشت که بین استواری و کیفیت جواب حاصل از یک مدل همواره رابطه عکس برقرار است. به بیان دیگر هرچه جوابی استوارتر باشد کیفیت پایین‌تری خواهد داشت. این رویکرد ساده هرچند استواری جواب را تضمین می‌کند، اما به‌شدت محافظه‌کارانه است و در قبال تضمین استواری کیفیت تابع هدف را تا حد زیادی کاهش می‌دهد.

(A. Ben-Tal, 1998) ، در انتقاد از رویکرد بیش از حد محافظه‌کارانه سویستر، بیان کردند که در یک مسأله بهینه‌سازی غیرقطعی احتمال آنکه تمام پارامترهای غیرقطعی همزمان بدترین مقدار خود را داشته باشند بسیار اندک است. بن‌تال و نیمروسکی اولین کسانی بودند که تلاش کردند با کوچک کردن مجموعه عدم‌قطعیت، با کاهش جزیی در استواری مقدار تابع هدف را بهبود دهند. برای این منظور آن‌ها مجموعه عدم‌قطعیت بیضوی را به شکل زیر معرفی کردند:

$$U^A = \left\{ \tilde{a}_{ij} = a_{ij} + \zeta_{ij}\hat{a}_{ij} \;\middle|\; \sum_j \zeta_{ij}^2 \leq \Omega_i^2 \quad \forall i \right\} \qquad (۲۲)$$

مجموعه U^A یک بیضی را نشان می‌دهد که مرز آن توسط پارامتر Ω_i تعیین می‌شود. مقادیر کوچک‌تر برای Ω_i منجر به استواری کمتر و کیفیت بهتر جواب مدلی می‌شود که بر مبنای این مجموعه نوشته شده باشد. (A. Ben-Tal, 1998)، بر مبنای این مجموعه عدم‌قطعیت، مدل بهینه‌سازی استوار زیر را برای مسأله (۱۸) نوشتند:

$$\max \quad c'x$$

$$\sum_j a_{ij}x_j + \sum_j \hat{a}_{ij}y_{ij} + \Omega_i \sqrt{\sum_j \hat{a}_{ij}^2 z_{ij}^2} \leq b_i \qquad \forall i$$

$$-y_{ij} \leq x_j - z_{ij} \leq y_{ij} \qquad \forall i.j$$

$$l \leq x \leq u$$

$$y \geq 0$$

(۲۳)

تنها ضعف مجموعه عدم‌قطعیت بیضوی آن است که مدل استوار نهایی غیرخطی است و منجر به محدودیت‌هایی از نظر روش‌های حل و زمان حل می‌شود.

(Dimitris Bertsimas, 2004) ، مجموعه عدم‌قطعیت دیگری ارائه دادند که هم میزان استواری آن با تنظیم یک پارامتر قابل انتخاب است و هم منجر به مدلی خطی خواهد شد. آن‌ها مجموعه‌ای عدم‌قطعیت را به شکل زیر تعریف کردند که مجموع اختلال‌های رخ داده کمتر از پارامتر از پیش مقداردهی شده Γ_i باشد:

$$U^A = \left\{ \tilde{a}_{ij} = a_{ij} + \zeta_{ij}\hat{a}_{ij} \middle| \sum_j |\zeta_{ij}| \leq \Gamma_i \right\} \qquad (۲۴)$$

(Dimitris Bertsimas, 2004) ، مدل برنامه‌ریزی خطی همتای استوار زیر را برای مسئله (۱۸) بر پایه مجموعه عدم‌قطعیت چندوجهی تشکیل دادند:

$$\max \; c'x$$

$$\begin{aligned}
&\sum_j a_{ij}x_j + z_i\Gamma_i + \sum_{j\in J_i} p_{ij} \leq b_i && \forall i \\
&z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij}y_i && \forall i.j \in J_i \\
&-y_j \leq x_j \leq y_j && \forall j \\
&l_j \leq x_j \leq u_j && \forall j \\
&p_{ij} \geq ۰ && \forall i.j \in J_i \\
&y_i \geq ۰ && \forall j \\
&z_i \geq ۰ && \forall i \qquad (۲۵)
\end{aligned}$$

حال محدودیت (۲-۳) از مسئله برنامه‌ریزی و زمان‌بندی سالن‌های جراحی را در نظر بگیرید که تحت عدم‌قطعیت مدت زمان جراحی به صورت زیر است:

$$\sum_{r=1}^{R}\sum_{i=1}^{I} \widetilde{du_i^1}\, x_{ird}n_{ih} \leq DOC_{hd} \qquad \forall d \in D.\forall h \in H \qquad (۲۶)$$

محدودیت (۲۶) تحت مجموعه عدم‌قطعیت (۲۵) به صورت زیر خواهد بود:

$$\sum_{r=1}^{R}\sum_{i=1}^{I} du_i^1\, x_{ird}n_{ih} + \Gamma_i z_{hd} + \sum_i p_{ihd} \leq DOC_{hd} \qquad \forall d \in D.\forall h \in H$$

$$z_{hd} + p_{ihd} \geq \sum_{r=1}^{R} \widetilde{du_i^1}\, x_{ird} n_{ih} \qquad \forall i \in I. \forall h \in H. \forall d \in D$$

$$z_{hd} \geq 0 \qquad \forall d \in D. \forall h \in H$$

$$p_{ihd} \geq 0 \qquad \forall i \in I. \forall h \in H. \forall d \in D$$

(۲۷)

یافته ها

به منظور ارزیابی مدل ارائه‌شده در بخش قبل، اطلاعات مربوط به بیماران از یک بیمارستان در تهران جمع‌آوری شده‌است که این بیماران از بخش‌های چشم‌پزشکی، مغز و اعصاب، ارتوپدی و قلب هستند. در جدول ۲، درصد بیماران هر بخش، میانگین مدت زمان جراحی بیماران هر بخش به دقیقه و انحراف معیار مدت زمان جراحی بیماران هر بخش(σ_d) به دقیقه و همچنین میانگین مدت زمان اقامت بیماران هر بخش(μ_l) به روز و انحراف معیار مدت زمان اقامت بیماران هر بخش (σ_l) به روز آورده شده است.

جدول ۲- مشخصات بیماران هر بخش

نوع جراحی	درصد بیماران	μ_d	σ_d	μ_L	σ_L
چشم	۲۵.۱	۳۰	۱۵	۰.۰۵	۰.۰۵
مغز و اعصاب	۱۵.۰۴	۱۶۰	۷۷	۲	۲
قلب و عروق	۲۶	۱۲۰	۶۱	۳.۵	۳.۵
ارتوپدی	۲۳.۲۶	۳۰	۱۰	۰.۱	۰.۱

مسئله تحت سه رویکرد قطعی، رویکرد بهینه‌سازی استوار سویستر، بهینه‌سازی استوار برتسیماس و حل شده و نتایج نقایسه خواهند شد.

برای حل مسئله تحت رویکردهای فوق، مثال‌ها و نمونه‌هایی را طراحی می‌کنیم که مشخصات نمونه‌ها به صورت زیر است:

جدول ۳- نمونه‌های طراحی شده برای حل مسئله

شماره مثال	تعداد بیماران	تعداد اتاق‌عمل	تعداد جراح	افق زمانی
۱	۱۰	۴	۵	۲
۲	۱۰	۴	۵	۳
۳	۱۵	۴	۵	۳
۴	۲۰	۴	۵	۳
۵	۲۵	۴	۵	۳
۶	۲۵	۴	۶	۳
۷	۲۵	۵	۶	۳
۸	۳۵	۴	۵	۴

۹	۴۰	۴	۵	۵
۱۰	۵۰	۵	۶	۵

برای نشان دادن کارایی مدل ارائه‌شده ابتدا مسئله را تحت نمونه‌های طراحی‌شده در حالت قطعی حل می‌کنیم که نتایج آن در جدول ۴ قابل مشاهده است:

جدول۴- نتایج حل مسئله تحت رویکرد قطعی

شماره مثال	جواب بهینه	زمان حل(ثانیه)	solver
۱	۰.۹	۰.۰۴	Cplex
۲	۱.۰	۰.۰۵	Cplex
۳	۱.۰	۳.۵۴	Cplex
۴	۰.۸۵	۱۰.۸۷	Cplex
۵	۰.۶۸	۶۶.۵۲	Cplex
۶	۰.۸	۷۵.۳۶	Cplex
۷	۱.۰	۷۸.۲۴	Cplex
۸	۰.۸	۲۵۰.۶۹	Cplex
۹	۰.۸۵	۷۶۵.۱۰	Cplex
۱۰	۰.۹	۱۰۸۰.۲۴	Cplex

همان‌طور که پیش‌تر گفته شد رویکرد سویستر یک رویکرد بیش از حد محافظه‌کارانه است و جواب‌های حاصل از آن مطلوبیت بالایی ندارند. لازم به ذکر است که تمام پارامترهای مدت زمان جراحی به صورت غیرقطعی در نظر گرفته شده اند. در جدول ۵ نتایج حاصل از حل مسئله تحت رویکرد سویستر آورده شده‌است:

جدول۵- نتایج حل مسئله تحت رویکرد سویستر

شماره مثال	جواب بهینه	زمان حل(ثانیه)	solver
۱	۰.۶	۰.۰۵	Cplex
۲	۰.۸	۰.۰۵	Cplex
۳	۰.۷۳	۳.۹۴	Cplex
۴	۰.۶	۱۱.۹۶	Cplex
۵	۰.۴۸	۶۸.۵۴	Cplex
۶	۰.۶	۸۳.۱۰	Cplex
۷	۰.۸	۸۶.۴۴	Cplex
۸	۰.۶	۲۸۰.۷۵	Cplex
۹	۰.۶۷۵	۸۳۱.۵۲	Cplex
۱۰	۰.۷۲	۱۰۷۵.۶۲	Cplex

رویکرد برتسیماس و سیم از لحاظ محافظه‌کاری از رویکرد سویستر بهتر عمل می‌کند اما زمان حل مسئله را افزایش می‌دهد. در جدول۶ نتایج حاصل از حل مسئله تحت رویکرد سویستر آورده شده‌است.

جدول۶- نتایج حل مسئله تحت رویکرد برتسیماس و سیم

solver	زمان حل(ثانیه)	جواب بهینه	شماره مثال
Cplex	۲.۵۷	۰.۷	۱
Cplex	۲.۹۸	۰.۹	۲
Cplex	۴.۶۰	۰.۸۶	۳
Cplex	۱۴.۱۳	۰.۷۰	۴
Cplex	۸۶.۳۲	۰.۵۶	۵
Cplex	۹۳.۹۶	۰.۶۸	۶
Cplex	۱۰۱.۷	۰.۸۸	۷
Cplex	۳۳۲.۸۴	۰.۶۸	۸
Cplex	۹۵۶.۵۷	۰.۷۲۵	۹
Cplex	۱۴۲۱.۲۵	۰.۸	۱۰

برای مقایسه نتایج حاصل از حل مدل و نتایج واقعی، اطلاعات مربوط به ۵۰ بیمار را از یک بیمارستان در تهران جمع‌آوری و نتایج آن را مقایسه می‌کنیم. در جدول ۸ نتایج حاصل از حل مدل برای ۵۰ بیمار آورده شده‌است:

جدول ۸- نتایج حل

رویکرد حل	جواب بهینه	زمان حل(ثانیه)
قطعی	۰.۹۰	۱۰۷۸
غیرقطعی جعبه‌ای	۰.۷۲	۱۰۰۲
غیرقطعی بیضوی	۰.۷۸	۲۰۶۴
غیرقطعی چندوجهی	۰.۸	۱۲۸۶

همان طور که مشاهده می‌شود مدل قطعی ارائه شده می‌تواند ۴۵ بیمار ۵۰ بیمار را به اتاق‌های عمل تخصیص داده و برای هر یک جراح و اتاق مخصوص تخصیص دهد. مشاهده نتایج مدل فوق با نتایج حاصل از برنامه‌ریزی بیمارستان نشان می‌دهد که مدل ۲۵ درصد بهتر عمل می‌کند که این امر باعث کاهش هزینه‌های بیمارستان و افزایش درآمدهای بیمارستان می‌شود.

بحث و نتیجه‌گیری

با وجود ارائه یک مدل ریاضی برای مسئله برنامه‌ریزی و زمان‌بندی سالن‌های جراحی با در نظر گرفتن برخی از نکاتی که در ادبیات نادیده گرفته شده بودند تا حد زیادی به برنامه‌ریزی و زمان‌بندی مناسب سالن‌های جراحی کمک زیادی کرد ولی با ارائه پیشنهادهایی می‌توان به بهره‌وری و کارایی بیش‌تر سالن‌های جراحی کمک کرد. در طی انجام این مطالعه به نکات و مسائلی پی بردیم که می‌تواند به عنوان نقطه شروع مناسبی برای پژوهشگران و کسانی که قصد ادامه این کار پژوهشی را دارند، باشد:

- در این پژوهش فقط به بهینه‌سازی یک تابع هدف پرداختیم بنابراین پژوهش‌های آینده می‌توانند به بهینه‌سازی همزمان چند تابع هدف بپردازند.
- برخی از بیماران به دلیل شرایط سنی یا جسمی اولویت بیشتری برای انجام جراحی دارند بنابراین در نظر گرفتن پارامترهایی برای اعمال اولویت‌بندی بیماران می‌تواند یکی از موضوعات پژوهشی باشد.

- همان‌طور که گفته شد پارامترهای مختلفی در برنامه‌ریزی وزمان‌بندی سالن‌های جراحی غیرقطعی هستند بنابراین یکی از زمینه‌های پژوهشی برای پژوهشگران می‌توان در نظر گرفتن عدم‌قطعیت در پارامترهای دیگر مانند نرخ ورود بیماران، مدت زمان اقامت در هر یک از بخش‌های پس از جراحی و ... باشد.

منابع

[1] N. H. &. A. E. Zakaria Abdelrasol, "Operating Room Scheduling Problems: A Survey and a Proposed Solution Framework," 2014.

[2] A. J. M. H. J. B. T. R. H. Brian T. Denton, "Optimal Allocation of Surgery Blocks to Operating Rooms Under Uncertainty," *Operation Research,* vol. 58, no. 4, pp. 802-816, 2010.

[3] P. L. ,. E. T. Roberto Aringhieri, "Assigning surgery cases to operating rooms: A VNS approach for leveling ward beds occupancies," *Electronic Notes in Discrete Mathematics,* vol. 47, pp. 173-180, 2015.

[4] E. D. ,. J. B. Brecht Cardoen, "Optimizing a multiple objective surgical case sequencing problem," *International Journal of Production Economics,* vol. 119, no. 2, pp. 354-366, 2009.

[5] M. E. C. &. M. V. P. Inês Marques, "An integer programming approach to elective surgery scheduling," *OR Spectrum* , vol. 34, pp. 407-427, 2012.

[6] N. M. ,. C. C. H. Fei, "A planning and scheduling problem for an operating theatre using an open scheduling strategy," *Computers & Industrial Engineering,* vol. 58, no. 2, pp. 221-230, 2010.

[7] F. S. F. F. R. L. M. J. A. &. B. D. S. Rafael Calegari, "Surgery scheduling heuristic considering OR downstream and upstream facilities and resources," *BMC Health Services Research* , vol. 20, 2020.

[8] B. J. ,. M. M. Manel Belkhamsa, "Two metaheuristics for solving no-wait operating room surgery scheduling problem under various resource constraints," *Computers & Industrial Engineering,* vol. 126, pp. 494-506, 2018.

[9] S. T. M. Azadeh Farsi, "Integrated surgery scheduling by constraint programming and meta-heuristics," *International Journal of Management Science and Engineering Management,* vol. 18, no. 4, 2023.

[10] P. S. G. V. B. Wim Vancroonenburg, "A two-phase heuristic approach to multi-day surgical case scheduling considering generalized resource constraints," *Operations Research for Health Care,* vol. 7, pp. 27-39, 2015.

[11] J. R. S. T. M.S. Pishvaee, "Robust possibilistic programming for socially responsible supply chain network design: A new approach," *Fuzzy Sets and Systems,* vol. 206, pp. 1-20, 2012.

[12] A. A. Mahboubeh Norouzi, "Robust operating room planning through a novel modified block scheduling strategy," *International Journal of Operational Research,* vol. 43, no. 4, 2023.

[13] Z. L. a. M. G. Ierapetritou, "Robust Optimization for Process Scheduling Under Uncertainty," *Industrial & Engineering Chemistry Research,* vol. 47, no. 12, p. 4148–4157, 2008.

[14] A. N. A. Ben-Tal, "Robust Convex Optimization," *Mathematics of Operations Research,* vol. 23, no. 4, 1998.

[15] M. S. Dimitris Bertsimas, "The Price of Robustness," *Operations Research,* vol. 52, no. 1, 2004.