



بکارگیری مسأله مسیریابی وسایل نقلیه در مکان یابی قرارگیری سطل زباله شهری

محمد رضا نصیری جان آقا

گروه مهندسی صنایع، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران

چکیده

حمل و نقل در سیستم‌های اقتصادی (تولیدی و خدماتی) اهمیت زیادی دارد و بخش قابل توجهی از تولید ناخالص ملی هر کشور را تشکیل می‌دهد. بنابراین، بهبود مسیرها و حذف سفرهای غیرضروری و ایجاد مسیرهای بهینه برای وسایل نقلیه، یک موضوع مهم است. مسأله مسیریابی وسایل نقلیه یکی از مسائل مهم مدیریت توزیع و لجستیک است. این مسئله در زمینه حمل و نقل عملی وجود دارد VRP. یکی از سرویس‌های پیشرفته نقشه‌ی مسیر است که برای کسب و کارهای مکان‌محور طراحی شده است. این سرویس با استفاده از الگوریتم‌های مختلف، روشی جدید در بهینه‌سازی سرویس‌های حمل و نقل ایجاد کرده است که به ارائه‌دهندگان این خدمات کمک می‌کند تا بهترین مسیر را به کمترین هزینه و در کمترین زمان برای ارسال محصولات و خدمات به مشتریان و مخاطبان از طریق حمل و نقل زمینی پیدا کنند. در این تحقیق، پنج مدل بهینه‌سازی عدد صحیح مسأله مسیریابی وسایل نقلیه معرفی شده است و ما در ادامه این مقالات را تحلیل می‌کنیم.

واژگان کلیدی: حمل و نقل؛ بهینه‌سازی؛ مسیریابی وسایل نقلیه؛ برنامه‌ریزی عدد صحیح



۱. مقدمه

مسئله مسیریابی وسایل نقلیه به مجموعه‌ای از مسائلی گفته می‌شود که در آن تعدادی خودرو متمرکز در یک یا چند قرارگاه (انبار یا گره) باید به تعدادی از مشتری‌ها مراجعه کرده و به آنها خدمتی را ارائه بدهند که هر یک دارای درخواستی معین هستند. این مسئله در صدد است تا با استفاده از مدل‌های ریاضی و بهینه‌سازی مسیر به گونه‌ای عمل کند که مسافت طی شده، زمان کل سفر، تعداد وسایل حمل و نقل، جریمه‌های دیرکرد و در نهایت تابع هزینه حمل و نقل حداقل گردد و در نتیجه رضایت مشتری‌ها به حداکثر مقدار خود برسد. مسیریابی وسایل نقلیه (VRP) یک عنوان عمومی است که به هر دسته فعالیتی که وسیله نقلیه با مشتری در ارتباط است اطلاق می‌شود. از VRP در مقالات، به صورت زمان‌بندی وسایل نقلیه و توزیع وسیله نقلیه یا به طور ساده‌تر به صورت مسئله تحویل نیز یاد می‌شود. مسیریابی وسیله نقلیه، یکی از مفاهیم آشنا در زمینه تحقیق در عملیات یا OR است که در دو دهه اخیر تلاش‌ها و به دنبال آن پیشرفت‌های بزرگی در این زمینه انجام شده است. بنابراین، مسئله مسیریابی وسایل نقلیه یا VRP به مجموعه‌ای از مسائل گفته می‌شود که در آن ناوگانی متشکل از چندین وسیله نقلیه، از یک یا چند انبار به ارائه خدمت به مشتری‌های مستقر در نقاط مختلف جغرافیایی پیردازند و این امر را به نحوی انجام بدهند که هزینه‌های انجام این کار به حداقل مقدار ممکن برسد. در طول این مسیرها هر مشتری فقط یک بار ملاقات می‌شوند و تمام تقاضاهای آنها تنها توسط یک وسیله نقلیه دریافت می‌شود. هر وسیله دارای ظرفیت معینی است و از سویی تمام مسیرها از یک نقطه مشخص (مبدأ بارگیری) شروع شده و پس از اینکه وسیله نقلیه به یک سری مرتب از مشتری‌ها سرویس ارائه داد، به همان نقطه اولیه بر می‌گردد و مسیر در همان مکان شروع، خاتمه پیدا می‌کند. تقریباً سیکلی دایره مانند که از یک نقطه شروع و در همان نقطه هم تمام می‌شود. این گونه مسائل به طور کلی به عنوان مسائل مسیریابی وسایل نقلیه (VRP) یا مسائل برنامه‌ریزی حمل و نقل، شناخته می‌شوند. مدل‌ها و الگوریتم‌های معرفی شده برای حل مسائل برنامه‌ریزی و مسیریابی ارائه شده، نه تنها برای استفاده در مسائل مربوط به پخش و جمع‌آوری کالاها، بلکه برای بسیاری از مسائل مختلف صنعت حمل و نقل در دنیای واقعی، می‌توانند مورد استفاده قرار بگیرند. برای مثال از این الگوریتم‌ها می‌توان برای کارهایی از قبیل: جمع‌آوری زباله‌های خشک، پاکیزه‌سازی خیابان‌ها، مسیریابی اتوبوس مدرسه، سیستم‌های جابه‌جایی معلولین، مسیریابی فروشنده دوره‌گرد و واحدهای نگهداری و تعمیرات، تاکسی‌های اینترنتی، شرکت‌های لجستیک و باربری و ... مورد استفاده قرار می‌گیرد. پخش کالاها که در برگیرنده خدمت‌دهی به دسته‌ای از مشتری‌ها است، در یک بازه زمانی تنظیم شده و توسط دسته‌ای از وسایل نقلیه انجام می‌شود که در یک یا چند مرکز قرار می‌گیرند و توسط عده‌ای از رانندگان هدایت می‌شوند. همچنین، جابجایی‌ها باید در یک شبکه مسیر مناسب انجام شود. مدل‌های VRP در حالت‌های کاربردی که در برخی موارد حتی مستقیماً با توزیع فیزیکی کالاها مرتبط نیستند، به طور مکرر اتفاق می‌افتند. سوارکردن کودکان به اتوبوس‌های مدرسه، تحویل تولیدات بین سوپرمارکت‌ها و فروشگاه‌های بزرگ، توزیع روزنامه، تورهای بازاریابی و تعمیر بازدارنده، توزیع هر گونه کالا یا خدمت و غیره، همگی VRP هایی هستند که در آنها، کالاها و خودروها می‌توانند شکل‌های متنوعی داشته باشند. اغلب مسائل مسیریابی وسایل نقلیه (VRP) از نوع NP-Hard هستند. الگوریتم‌های تحقیقاتی ارائه شده برای VRP عموماً شامل روش‌های دقیق و الگوریتم‌های بهینه‌سازی هوشمند هستند. الگوریتم‌های دقیق شامل روش‌های شاخه و کران، متدهای برنامه‌ریزی پویا هستند. در مقابل، الگوریتم‌های تقریبی عمدتاً شامل روش‌های جست‌وجوی ممنوع و شبیه‌سازی تبرید، الگوریتم‌های ژنتیک، بهینه‌سازی مورچگان و غیره است.

۲. طبقه بندی مسئله



مسئله مسیریابی مکان^۱ (LRP) یکی از مهم‌ترین مسائل مربوط به لجستیک می‌شود. مسئله LRP از دو زیرمجموعه بسیار مهم بنام‌های مسئله مکان یابی تسهیلات^۲ (FLP) و مسئله مسیریابی وسایل نقلیه^۳ (VRP) ساخته شده است. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه، یکی از مهم‌ترین مسائل مدیریت زنجیره تأمین است. این اهمیت از آنجا ناشی می‌شود که تخصیص مطلوب وسایل به مسیرهای مختلف، تأثیر بسیار زیادی بر کاهش هزینه‌ها می‌گذارد. از آنجا که در دنیای رقابتی امروز یکی از مهم‌ترین دغدغه‌های مدیران کاهش هزینه‌ها و بهبود مستمر بهره‌وری است و هر سازمانی در تلاش است که با ارائه راه‌حل‌های مطلوب به رفع این نیازها بپردازد. از جمله تلاش‌های چشم‌گیری که در سال‌های اخیر صورت گرفته است برنامه‌ریزی برای کاهش هزینه‌های مربوط به زنجیره تأمین است. مسئله مسیریابی برای وسایل نقلیه (VRP) در شبکه توزیع زنجیره تأمین، یکی از زیرمسائل مدیریت زنجیره تأمین و بهینه‌سازی ترکیبی محسوب می‌شود که درصدد انتخاب و تخصیص مسیرهای ممکن به وسایل نقلیه در دسترس است بطوریکه هزینه‌های مربوطه را کمینه نماید. حل مطلوب این مسئله ضمن کاهش هزینه‌های توزیع، موجب رضایت استفاده‌کنندگان می‌شود. ادبیات مسئله مسیریابی وسایل نقلیه به زمانی که دانتریک و رامرز در سال ۱۹۵۹ برای اولین بار مسئله اعزام کامیون را مطرح کردند بر می‌گردد. این مسئله طی دهه‌های گذشته در لجستیک و حمل و نقل به‌طور گسترده مورد بررسی قرار گرفته است. به‌طور کلی هدف مسئله مسیریابی وسایل حمل و نقل سرویس‌دهی به مجموعه مشخصی از مشتریان با استفاده از مجموعه‌ای از وسایل نقلیه می‌باشد. چندین هدف می‌توان برای مسئله مسیریابی وسایل نقلیه در نظر گرفت که در میان آنها می‌توان به کمینه کردن هزینه مسیر و کم کردن هزینه‌های ثابت و متغیر اشاره کرد. به‌طور کلی مدل‌های VRP را در دو دسته طبقه‌بندی می‌کنند. دسته اول، مدل‌های کلاسیک VRP با ظرفیت محدود^۴ موسوم به CVRP هستند. در این نوع از مدل‌ها ما دارای وسایل نقلیه همگنی هستیم که از یک گره مرکزی اعزام می‌شوند و در همان گره هم بعد از طی مسیر خاتمه می‌یابد. هدف مدل‌های کلاسیک، ساخت یک مجموعه مسیر برای وسایل نقلیه به-منظور کم کردن هزینه کل و در عین حال برآورده کردن تقاضای کل مشتریان است. در این مدل‌ها هر وسیله نقلیه مسیر خود را از یک نقطه شروع و در همان نقطه هم به پایان می‌رساند در حالی که کل تقاضای حمل شده توسط هر وسیله نقلیه نباید از ظرفیت معین خود تجاوز نماید. در شکل ۱، نمونه‌ای از مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط ذکر شده نشان داده شده است. در نوع دیگر مسائل VRP، برخلاف روش کلاسیک که دارای یک نقطه شروع و پایان هستیم در مدل‌های VRP با گره‌های چندگانه^۵ (MDVRP) ما دارای چند نقطه می‌باشیم که هر گره مجهز به تعداد مشخصی وسیله نقلیه می‌باشد. در شکل ۲، نمونه‌ای از مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط ذکر شده نشان داده شده است.

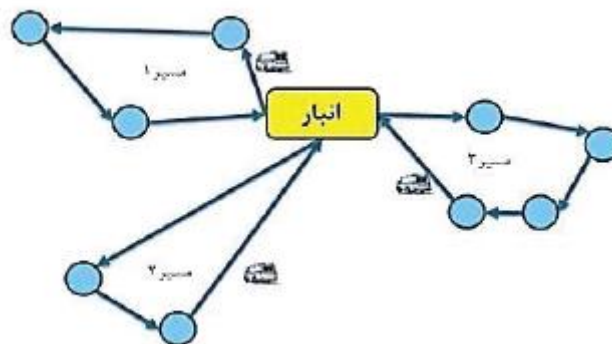
¹ Location Routing Problem (LRP)

² Facility Location Problem (FLP)

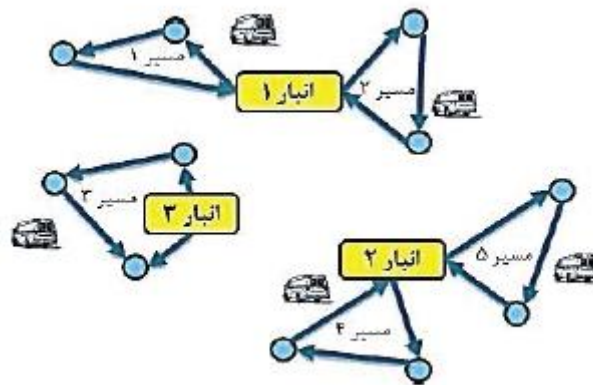
³ Vehicle Routing Problem (VRP)

⁴ Capacitated - VRP

⁵ Multiple Depot - VRP



شکل ۱. نمونه‌ای از مسأله مسیریابی تک انباره وسایل نقلیه با ظرفیت محدود (CVRP)



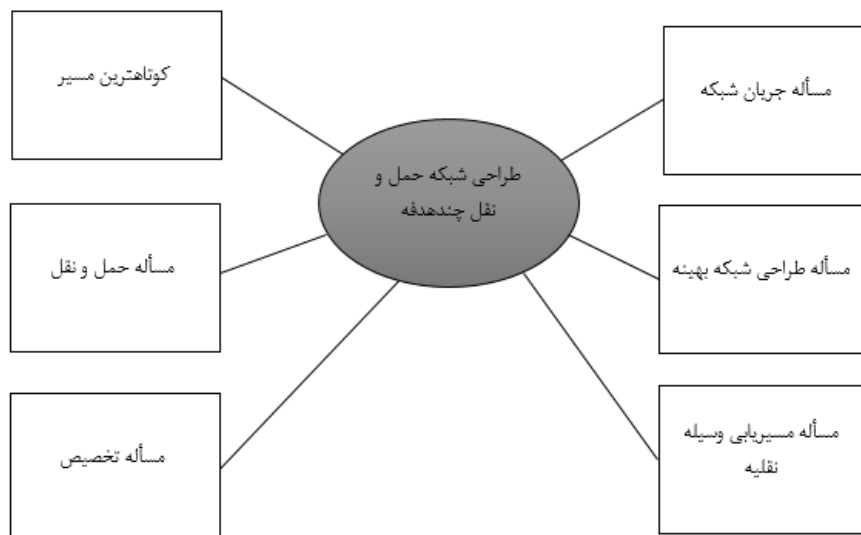
شکل ۲. نمونه‌ای از مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با گره‌های چندگانه (MDVRP)

در بسیاری از کاربردهای عملی به دلیل محدودیت در زمان، بودجه، در دسترس بودن منابع به‌عنوان مثال تعداد یا ظرفیت وسیله نقلیه یا در دسترس نبودن مسیرهای رسیدن به مشتری خاص بازدید از کلیه مشتریان امکان‌پذیر نیست. برای مقابله با وضعیت‌های اشاره شده، در ادبیات اصطلاح پوشش معرفی شده است. در این حالت تقاضای مشتریان تحت پوشش می‌تواند در محلی واقع شود که در فاصله قابل قبولی از آنها قرار دارند. مسأله فروشنده دوره گرد^۶ CSP ساده‌ترین و یکی از اولین مسائل مسیریابی تحت شرایط فوق‌الذکر است. در شکل ۳، به‌طور کلی زیرشاخه‌های مسائل شبکه حمل و نقل و مسائل هم‌تراز با VRP نشان داده شده است. توجه شود که با استفاده از شکل موجود مرزهایی ایجاد می‌شود که VRP را از سایر موارد مسائل

^۶ Covering Salesman Problem (CSP)



همتراز با آن جدا می‌سازد. چنین تفکیکی ضروری است، زیرا محققان باید بدانند که VRP چیست و چه چیزی در داخل و همچنین خارج از آن باید در نظر گرفته شود. عموماً در تحقیقات انجام شده در حوزه VRP بر این اساس برخی شاخص‌های قابل اغماض مثل نوع خیابان، عرض خیابان و یا حوادث پیش‌بینی نشده چشم پوشی شده است.



شکل ۳- زیرشاخه‌های شبکه حمل و نقل چندهدفه

در ادامه تلاش‌هایی که در حوزه مسائل مسیریابی وسایل نقلیه انجام شده است را به تفکیک مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای مثال، گولچزیانسکی و همکاران (۲۰۱۱)، یک مسئله جدید را تعریف کرده‌اند و یک راه‌حل ابتکاری مبتنی بر برنامه‌ریزی عدد صحیح را برای آن توسعه داده‌اند. آنها با ابتکار عمل خود، توانستند مسافت طی شده را در ۳۰ مورد تعیین نمایند که بر اساس آن می‌توانند با تقسیم تحویل خدمات به وسایل نقلیه مستقر در همان انبار و وسایل نقلیه مستقر در انبارهای مختلف این مهم برآورده شود. همچنین آنها توانستند نمونه‌های آزمایشی جدیدی را با راه‌حل‌های با کیفیت بالا، تولید کنند و نتایج را براساس آنها گزارش کردند. چتینکایا و همکاران (۲۰۱۳)، در این مقاله، نوع جدیدی از مسئله مسیریابی وسیله نقلیه (VRP) معرفی شده است، یعنی مسئله مسیریابی دو مرحله‌ای وسیله نقلیه با پنجره زمانی مسیر^۷ که به‌طور کلی از حمل و نقل نظامی و غیرنظامی ناشی می‌شود. مسئله TS_VRP_ATW در نظر گرفته شده به‌عنوان یافتن مسیرهای وسیله نقلیه به‌گونه‌ای تعریف می‌شود که هر مسیر از مسیرها فقط در یک بازه زمانی از پیش تعیین شده با هدف به حداقل رساندن هزینه کل در دسترس باشد. برای حل مسئله TS_VRP_ATW یک برنامه‌ریزی ترکیبی عدد صحیح (MIP) و یک روش ابتکاری پیشنهاد می‌کنیم. کیفیت هر دو روش حل مسئله اندازه‌گیری می‌شود. نتایج تجربی نشان می‌دهد که فرمول پیشنهادی MIP جواب‌های بهینه برای مسائل آزمون با ۲۵ و ۵۰ گره و برخی از مسائل آزمون با ۱۰۰ گره ارائه می‌دهد. نتایج این تحقیق همچنین نشان می‌دهند که روش ابتکاری پیشنهادی راه‌حل‌های با کیفیت از نظر زمان محاسبه کوتاه‌تر امیدوار کننده است. سوانسوکساماران و انگکوناراک (۲۰۱۳)، هدف از این مطالعه بهبود مدیریت حمل‌ونقل یک شرکت مطالعه موردی است که پودر چاشنی تولید می‌کند. در گذشته، دو مشکل عمده در بخش تدارکات در این شرکت وجود داشت که عبارت‌اند از: هزینه حمل‌ونقل بالا و زمان طولانی برای برنامه‌ریزی وسایل نقلیه. بنابراین، اهداف این مطالعه کاهش هزینه حمل‌ونقل و زمان برنامه‌ریزی در نظر گرفته شده است. به دلیل زمان تحویل در بانکوک و کلانشهرها در کشور تایلند، در این مطالعه مسئله

^۷Windows Time Arc (TS_VRP_ATWs)



مسیریابی خودرو با پنجره‌های زمانی (VRPTW) در نظر گرفته شده است. سپس، یک برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط (MIP) پیشنهاد شده است تا هزینه کل، هزینه ثابت و متغیر وسایل نقلیه و هزینه حمل‌ونقل را به حداقل برسانیم. با این حال، به جای فرمول کردن محدودیت فاصله زمانی به عنوان یک مسأله کلی VRPTW، یک پارامتر باینری تعریف شده است تا نشان دهد مشتری محدودیت پنجره زمانی دارد یا خیر. سپس، با استفاده از CPLEX مسأله حل شده است. نتایج حل مسأله نشان می‌دهد که پس از اجرای MIP، هزینه حمل و نقل ماهانه ۲۳٪ یا معادل ۹۴۱۳ بات (واحد پولی کشور تایلند) در هفته کاهش یافته و زمان برنامه‌ریزی ۶۷٪ کاهش یافته است. نجاتی و همکاران (۲۰۱۷)، یک مسأله مسیریابی موقعیت مکانی تور با پوشش مجدد در انبارهای میانی (CLRPR) را برای مسیریابی موقعیت مکانی با محدودیت زمان سرویس و مسافت پیاده‌روی مشتریان مورد بازدید تا رسیدن به ایستگاه را در نظر گرفتند. در میان کاربردهای مختلف که برای این نوع از مسائل وجود دارد، این مطالعه بر روی سیستم توزیع امداد پس از زلزله متمرکز شده است. این مقاله یک مدل جدید برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح دو هدفه را نشان می‌دهد که مجموع زمان انتظار کل وزن‌دار شده و مقدار کل خواسته‌های از دست رفته را به حداقل می‌رساند. مدل ریاضی در نرم افزار GAMS کدگذاری شده است و با استفاده از ابزار CPLEX با روش اپسیلون محدودیت به صورت بهینه حل می‌شود. به منظور غلبه بر درجه سختی مسأله، الگوریتم چند هدفه NSGAII با دو بهبود مشخص به عنوان روش‌های حل ابتکاری پیشنهاد شده است. نتایج ۳۶ مسأله آزمایشی ایجاد شده از نظر کیفیت، کمیت، تنوع و گسترش راه‌حل‌های پارتو مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. نیرا و همکاران (۲۰۲۰)، دو مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح را برای مسأله مسیریابی وسیله نقلیه چند سفره با پنجره زمانی، زمان بارگیری که وابسته به نوع سرویس و مدت زمان سفر^۸ (MTVRPTW-SDLT) مطالعه می‌کنند. اولین مدل فرمول بندی شده در این مقاله، بازگشت وسیله نقلیه به انبار را به یک گره از انبار نشان می‌دهد. اما در مدل فرمول بندی شده دوم فقط یک گره انبار برای هر وسیله نقلیه وجود دارد، اما شامل یک کمان (مسیر) موازی برای هر جفت گره است که نمایانگر بازگشت وسیله نقلیه میانی به انبار است. این فرمول بندی‌ها با فرمول‌های موجود در ادبیات مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. نتایج نشان می‌دهد که مدل‌های ارائه شده در این مقاله بهتر از فرمول بندی‌های موجود عمل می‌کنند. همچنین با آزاد در نظر گرفتن محدودیت‌ها با حذف محدودیت مدت زمان سفر در مسأله MTVRPTW-SDLT نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که مدل MTVRPTW-SD عملکرد بهتری در بکارگیری می‌بخشند. در جدول ۱، مقالات مورد بررسی از لحاظ نوع مسأله، روش حل، هدف و سال انتشار طبقه‌بندی شده‌اند.

جدول ۱- طبقه‌بندی مقالات ادبیات

نام نویسنده	سال	نوع مسأله	روش حل	هدف
گولچریناسکی و همکاران	۲۰۱۱	MDS DVRP	برنامه‌ریزی عدد صحیح- روش ابتکاری	تحويل خدمات به وسایل نقلیه در گره
چتینکایا و همکاران	۲۰۱۳	TS_VRP_ATW	برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط	حداقل کردن هزینه کل پنجره زمانی
سوانسوکساماران و انگکوناراک	۲۰۱۳	VRPTW	برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط	حداقل کردن هزینه کل
نجاتی و همکاران	۲۰۱۷	CLRPR	برنامه‌ریزی عدد صحیح دو هدفه- NSGAII	حداقل کردن تقاضای از دست رفته و حداقل کردن زمان

⁸ multi-trip vehicle routing problem with time windows, service-dependent loading times, and limited trip duration (MTVRPTW-SDLT)



انتظار مشتریان				
حداقل کردن زمان بارگیری	برنامه‌ریزی عدد صحیح	MTVRPTW- و SDLT MTVRPTW-SD	۲۰۲۰	نیرا و همکاران

۳. توصیف مدل‌های VRP

۱.۳. ساختار مدل‌های پایه‌ای

به‌منظور طراحی مدل مسیریابی وسیله نقلیه، عموماً قبل از ورود به معرفی متغیرها و فرمول‌بندی کلی مدل، ابتدا لازم است با جزئیات عمومی مسأله آشنا شویم. در مسائل VRP دارای یک گراف $G = (N, A)$ با $N = N_c \cup N_D$ به‌عنوان مجموعه رئوس (گره) و $A = \{(i, j) | i, j \in N\}$ مجموعه کمان‌ها (مسیر) هستیم. به‌طور دقیق‌تر، $N_c = \{1, 2, \dots, n_c\}$ نشان دهنده مجموعه تعداد مشتریان در گره‌ها است که $i \in N_c$ دارای یک تقاضای از پیش تعیین شده می‌باشد مانند $d_i > 0$ که حداقل توسط یک وسیله نقلیه این تقاضای نامنفی برآورده می‌شود. علاوه بر این $N_D = \{1, 2, \dots, n_d\}$ ایستگاه‌هایی هستند که وسایل نقلیه سفرهای خود را از آنجا آغاز می‌کنند. برای هر کمان $(i, j) \in A$ هزینه نامنفی c_{ij} در نظر گرفته می‌شود. که برابر با هزینه عبور از کمان (i, j) توسط وسیله نقلیه است. در MDCT-VRP لازم نیست که هر مشتری در محلی مشخص با وسیله نقلیه روبرو شود، بلکه گاهی اوقات مشتریان ناظر در فاصله قابل قبولی از حداقل یک مشتری بازدید شده توسط وسیله نقلیه قرار می‌گیرند. برای این منظور ماتریس پوشش را بصورت $\Pi = [\Pi_{ij}]$ تعریف می‌کنیم که اگر مشتری i در فاصله‌ای از پیش تعیین شده از مشتری j واقع شده باشد آنگاه $\forall i, j \in N_c, \Pi_{ij} = 1$ توجه داشته باشید که برای دستیابی به امکان‌پذیری این‌طور فرض می‌کنیم که برای هر $i \in N_c$ حداقل یک $j \in N_c$ وجود دارد لذا بنابراین $\Pi_{ij} = 1$. برای هر $i, j \in N_c$ هزینه c'_{ij} نشان دهنده تخصیص هزینه مشتری i به مشتری بازدید شده j می‌باشد. فرض می‌کنیم که یک مجموعه $P = \{1, 2, \dots, p\}$ مقدار در دسترس وسایل نقلیه ما باشد که هر وسیله $V \in P$ دارای ظرفیت Q می‌باشد. فرض دیگر این است که ظرفیت هر ایستگاه $k \in N_D$ محدود و معادل با H می‌باشد. سرانجام در هر ایستگاه k مجموعه‌ای از وسایل نقلیه که با p_k نشان داده می‌شوند قرار داده شده است. به‌طور خاص از دو مجموعه متغیرهای باینری (صفر و یک) استفاده می‌شود. $x_{ij}^v = \{0, 1\}$ اگر از کمان $(i, j) \in A$ از طریق وسیله نقلیه $V \in P$ عبور نماییم برابر با یک است و در غیر این‌صورت برابر صفر می‌باشد. $w_{ij}^v = \{0, 1\}$ اگر تقاضای مشتری $i \in N_c$ با وسیله نقلیه $V \in P$ به مشتری بازدید شده $j \in N_c$ اختصاص داده شود برابر با یک و در غیر این‌صورت برابر با صفر است. توجه نمایید اگر $w_{ii}^v = 1$ در این‌صورت مشتری $i \in N_c$ با وسیله نقلیه $V \in P$ بازدید کرده است. مجموعه‌ای دیگر از متغیرهای پیوسته تصمیم‌گیری نامنفی هستند مثل U_{ij}^V که نشان‌دهنده مقدار بار وسیله نقلیه $V \in P$ پس از ترک گره (ایستگاه) i هنگام عبور از کمان (مسیر) i, j است. با تکیه بر موارد ذکر شده محدودیت‌های عمومی یک مسأله VRP به‌صورت معادلات ۱ تا ۱۴ می‌باشد. توجه نمایید بسته به نوع مسأله و هدف در نظر گرفته شده ساختار مسأله تغییر می‌کند. اما به‌طور کلی یک مسأله VRP فارغ از هر نوع و هدف باید محدودیت‌های زیر را داشته باشد.

$$\sum_{i \in N} x_{ij}^V = \sum_{i \in N} x_{ji}^V \quad (1)$$

$$\sum_{j \in N_c} \sum_{V \in P} w_{ij}^v = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{L \in N, L \neq i} \Pi_{ij} x_{ij}^v \geq w_{ij}^v \quad (3)$$



$$\sum_{j \in N} x_{ij}^v \leq w_{ij}^v \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^v \leq 1 \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{v \in P} d_i w_{ij}^v \leq H \quad (6)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{m \in N_D, m \neq k} x_{im}^v = 0 \quad (7)$$

$$\sum_{j \in N} U_{ji}^v - \sum_{j \in N} U_{ij}^v = \sum_{j \in N} d_j w_{ji}^v \quad (8)$$

$$\sum_{j \in N} U_{kj}^v = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_j w_{ji}^v \quad (9)$$

$$\sum_{i \in N} V_{ik}^v = 0 \quad (10)$$

$$U_{ij}^v \leq (Q - d_i) x_{ij}^v \quad (11)$$

$$d_j x_{ij}^v \leq U_{ij}^v \quad (12)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (13)$$

$$w_{ij}^v \in \{0,1\} \quad (14)$$

محدودیت (۱)، برای هر $i \in N$ و $V \in P$ تأکید می‌کند که تعداد وسایل نقلیه ورودی به کمان i با تعداد وسایل نقلیه خروجی از کمان i برابر است. برای هر مشتری $i \in N_c$ محدودیت (۲) نشان می‌دهد که تقاضای i باید با مراجعه به آن یا با اختصاص آن به یک مشتری بازدید شده برآورده و شناسایی شود. محدودیت (۳)، تصریح می‌کند که $i \in N_c$ را می‌توان به مشتری بازدید شده $j \in N_c$ تخصیص داد. اگر i در یک فاصله پوششی قابل قبولی از j قرار بگیرد. اگر و فقط اگر بازدید توسط وسیله نقلیه $V \in P$ باشد آنگاه می‌تواند تقاضا را به خودش اختصاص دهد که در اینصورت $w_{ii}^v = 1$ است. این محدودیت در رابطه (۴) نشان داده شده است. محدودیت (۵) نشان می‌دهد که هر مشتری $i \in N_c$ می‌تواند یکبار توسط وسیله نقلیه $V \in P$ مورد بازدید قرار بگیرد. محدودیت (۶) تضمین می‌کند که ظرفیت محدود هر ایستگاه $K \in N_D$ به H ختم می‌شود. محدودیت (۷) بیان می‌کند که سفر هر وسیله نقلیه از هر ایستگاهی که آغاز می‌شود در همان ایستگاه نیز به پایان می‌رسد. در محدودیت‌های ۸-۱۰ محدودیت‌های ظرفیت اعمال شده است. بخصوص محدودیت ۸ بیان می‌کند که اختلاف بار برای وسیله نقلیه $V \in P$ قبل و بعد از مراجعه به مشتری i برابر است با کل تقاضای اختصاص داده شده به i است. به علاوه، کل بار هر وسیله نقلیه $V \in P$ معادل با کل تقاضای تخصیص داده شده به V است و این محدودیت در معادله (۹) نشان داده شده است. محدودیت (۱۰) نشان می‌دهد که مقدار بار وسیله نقلیه هنگام مراجعه به آخرین ایستگاه به عنوان آخرین گره برابر با صفر است. سرانجام محدودیت‌های (۱۱) و (۱۲) به عنوان محدود کننده‌های متغیرهای جریان هستند. همچنین، محدودیت‌های ۱۳ و ۱۴ نوع متغیرها را تعریف می‌کنند.

۲.۳. تحلیل مقالات

در مقاله گولچزیانسکی و همکاران (۲۰۱۱)، یک روش ابتکاری برای مسأله MDSDVRP ارائه شده است. بر طبق این روش ابتدا مشتریان به انبارها اختصاص می‌یابند. در این مقاله برای هر مشتری i یک λ_i به عنوان فاصله مشتری i از انبار اول و یک λ'_i به عنوان فاصله مشتری i از انبار دوم در نظر گرفته شده است. اگر $\frac{\lambda_i}{\lambda'_i} \leq \varepsilon$ باشد، در اینصورت مشتری باید فوراً به نزدیک‌ترین انبار به خود تخصیص داده شود. در غیر اینصورت، اگر $\frac{\lambda_i}{\lambda'_i} \geq \varepsilon$ باشد بنابراین، موقتاً تخصیص پیدا نمی‌کند. بر طبق این



رویه در این مقاله، مشتری که بیشتر به یکی از انبارها نزدیک باشد سریعاً به انبار نزدیک به آن تخصیص می‌یابد. پس از مرحله اول تخصیص، مشتریانی که تخصیص نیافته‌اند براساس اولویت به انبارها اختصاص می‌یابند. برای هر مشتری تخصیص نیافته i و هر انبار w ، هزینه t_i بین هر جفت مشتری حاضر و آماده تخصیص به انبار w محاسبه می‌شود. سرانجام، براساس کمترین مقدار هزینه مشتری i را به انبار اختصاص می‌دهیم. این مقاله علی‌رغم سادگی در الگوریتم حل آن اما بهتر بود پنجره زمانی و حتی چندهدفه بودن را به برنامه‌ریزی خود اضافه می‌کردند تا از این حالت سادگی خارج گردد.

چتینکایا و همکاران (۲۰۱۳)، علاوه بر مفروضات مرسوم در مسائل کلاسیک VRP، در مدل خود، یک ناوگان همگن از وسایل نقلیه که همگی دارای ظرفیت مشخص هستند و در انبار موجود هستند را در نظر گرفته‌اند. هر مشتری تقاضای غیرمنفی دارد. هر مسیر یا کمان دارای یک هزینه غیرمنفی است، زمان حمل‌ونقل و پنجره زمانی برای هر مسیر در دسترس است. تعیین مسیرهای وسیله نقلیه با حداقل هزینه کلی با اعمال محدودیت‌های جدید به ادبیات موضوع انجام می‌گیرد. هر وسیله نقلیه حداکثر در یک مسیر استفاده می‌شود، به هر مشتری دقیقاً یک بار سرویس داده می‌شود، هر مسیر از یک انبار شروع و در همان انبار نیز پایان می‌یابد، بار کل خودرو در هر نقطه از مسیر از ظرفیت وسیله نقلیه فراتر نمی‌رود و انتقال برای هر مسیر در هر پنجره زمانی مربوط به آن انجام می‌شود. این مقاله به نوبه خود مفروضات جدیدی به ادبیات موضوع تاکنون اضافه کرده است. اما عدم در نظر گرفتن بیش از یک هدف در این مقاله به چشم می‌خورد.

سوانسوکساماران و انگکوناراک (۲۰۱۳)، در این مقاله از پارامترهایی مانند مقدار سفارش، تعداد و مکان و همچنین نیاز مشتری به زمان، هزینه حمل‌ونقل و تعداد وسایل نقلیه استفاده شده است. برای کاهش سختی مسأله، این شرکت مشتریانی را که در گروه‌هایی تقسیم می‌کند. سپس، مکان مشتریان گروه را به شش منطقه تقسیم می‌کند. در این مقاله یک برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را برای مسأله مسیریابی وسیله نقلیه با پنجره‌های زمانی ارائه شده است که با بسته بهینه‌سازی CPLEX، مسأله شش منطقه حل شده است. این مقاله در بعد نوآوری به نسبت سایر مقالات ضعیف‌تر بوده است. فقدان مفروضات جدید و اضافه کردن بحث جدید در ادبیات موضوع در این مقاله به جد وجود دارد.

در مقاله نجاتی و همکاران (۲۰۱۷)، گره‌های تقاضای سرویس نشده یا از دست رفته به‌عنوان یکی از اهداف مسأله در نظر گرفته شده است. این تقاضاها آن دسته تقاضایی هستند که مستقیماً توسط وسیله‌نقلیه سرویس داده نمی‌شوند و در حقیقت فاصله پیاده روی به هیچ یک از گره‌های موجود در تور را ندارند. بدیهی است که مجموع کل تقاضاهای اختصاص یافته به یک گره، تقاضا نباید از ظرفیت وسیله نقلیه CV تجاوز کند. در این مدل فرض شده است که δ زمان تخلیه برای هر واحد تقاضا در گره‌های تقاضا است و T زمان بارگذاری ثابت در گره‌های انبار است. در مدل پیشنهادی، تصمیم‌گیرنده تقاضا خواهد کرد که تعداد انبارها TD را در بین تعداد مکان‌های احتمالی انبار باز کند. کل تقاضاهای اختصاص یافته به وسایل نقلیه نباید از کل ظرفیت انبار باز شده تجاوز کند. علاوه بر این، مقدار بار/ بارگیری مجدد هر وسیله نقلیه برابر با تقاضای کل اختصاص یافته به آن وسیله نقلیه در نظر گرفته شده است. زمان انتظار در هر گره باید کمتر یا برابر با TT ثابت باشد. در پایان، تعداد وسایل نقلیه‌ای که در یک انبار به سفر خود پایان می‌دهند باید برابر با تعداد وسایل نقلیه‌ای باشد که سفر خود را در همان انبار آغاز کرده‌اند. علاوه بر این، هر وسیله نقلیه باید سفر خود را در نزدیک‌ترین انبار ممکن (به آخرین گره تقاضای خدمت شده) پایان دهد، و این تعهد تأثیری بر زمان انتظار مشتریان ندارد. در نهایت G به‌عنوان همه زیر مجموعه‌های گره‌های احتمالی انبار به گونه‌ای تعریف می‌شود که برابر با $0 \leq |G| \leq TD$. مزیت این مقاله توجه کردن به تقاضاهایی است که ممکن می‌باشد در هر تور از دست بروند و همچنین بررسی و در نظر گرفتن همزمان بیش از یک هدف در مسأله برنامه‌ریزی عدد صحیح است که این مزایا در هیچ یک از مقالات منتخب در نظر گرفته نشده است. اما در مقابل مزایای جذاب این مقاله، عدم در نظر گرفتن پنجره زمانی که عموماً در تمامی مقالات منتخب به آن اشاره شده است به چشم می‌خورد.



در مقاله نیرا و همکاران (۲۰۲۰)، یک مسئله MTVRPTW-SDLT را با هدف برنامه‌ریزی مجموعه‌ای از سفرهای وسیله نقلیه با به حداقل رساندن مسافت طی شده توسط ناوگان با اضافه کردن یکسری محدودیت‌های جدید به مدل عمومی VRP در نظر گرفته‌اند. در مدل ارائه شده مانند همه مسائل VRP فرض شده است که اگر سفر از یک انبار شروع شود به همان انبار نیز ختم می‌شود. همچنین در هر سفر ظرفیت وسایل نقلیه نمی‌تواند از حد مجاز تجاوز کند. مفروضات جدیدی که نیرا و همکاران (۲۰۲۰) در نظر گرفته‌اند این است که هر مشتری دقیقاً یک بار طبق پنجره زمانی خود (TW)، خدمات خود را دریافت می‌کند. در هر سفر، زمان سفر نمی‌تواند از t_{max} تجاوز کند. همچنین، هر وسیله نقلیه قبل از عزیمت مدت زمانی را برای بارگیری در انبار طی می‌کند که در این مقاله فرض شده است که زمان بارگیری متناسب با یک فاکتور یا کل زمان خدمت سفر است. بر طبق مقایسه مقاله نیرا و همکاران (۲۰۲۰) می‌توان نتیجه گرفت که مفروضات جدیدی که در این مقاله در نظر گرفته شده است می‌تواند به تکمیل ادبیات موضوع کمک کند، اما در این مقاله عدم استفاده از بهینه‌سازی چندهدفه به چشم می‌خورد.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش سعی شد تا با برنامه‌ریزی‌های مربوط به مسئله مسیریابی وسایل نقلیه آشنا شویم. رویکرد برنامه‌ریزی عدد صحیح عموماً در این حوزه مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به بررسی مقالات مطالعه شده، مسئله مسیریابی وسیله نقلیه از دو منظر برای محققین حائز اهمیت است. اول آن که مسئله مطرح شده مسئله‌ای کاربردی است و توفیق در دستیابی به جواب‌های بهتر سبب صرفه‌جویی اقتصادی می‌گردد، و دوم آن که حل مسئله به سبب درجه سختی بسیار بالای آن، مسئله‌ای چالش برانگیز به حساب می‌آید. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه یک نام عمومی برای تمامی مسائلی است که در آن‌ها باید مجموعه‌ای از مسیرها برای جریانی از وسایل نقلیه که مستقر در یک یا چند ایستگاه می‌باشند تعیین گردد تا مجموعه‌ای از مشتریان در نقاط مختلف شهر (مجموعه‌ها) پراکنده شده‌اند خدمت دهند که این خدمت رسانی می‌تواند با ظرفیت محدود وسایل نقلیه همراه باشد. اهداف مسئله مسیریابی را به‌طور کلی بصورت زیر می‌توان خلاصه کرد.

- هر جریان شبکه باید از گره صفر (ایستگاه آغازین) بازدید کند.
- هر گره مثل $j \in V$ باید دقیقاً توسط یک جریان بازدید شود.
- مجموع تقاضاهای هر گره نباید از ظرفیت وسیله نقلیه موجود در جریان تجاوز کند.
- در مدل‌های کلاسیک جریان از گره آغازین شروع و به همان گره ختم می‌شود ولی در مدل‌های چندگانه می‌توان چندین گره آغازین داشت.
- ارائه خدمات به مجموعه‌ای از مشتریان (گره‌ها) در یک جریان در حداقل هزینه، زمان و مسافت سفر صورت پذیرد.



۵. مراجع

- Arman Nedjati, Gokhan Izbirak, Jamal Arkat, Bi-objective covering tour location routing problem with replenishment at intermediate depots: Formulation and meta-heuristics, Computers & Industrial Engineering, Volume 110, 2017, Pages 191-206.
- Cihan Çetinkaya, Ismail Karaoglan, Hadi Gökçen, Two-stage vehicle routing problem with arc time windows: A mixed integer programming formulation and a heuristic approach, European Journal of Operational Research, Volume 230, Issue 3, 2013, Pages 539-550.
- Damon Gulczynski, Bruce Golden, Edward Wasil, The multi-depot split delivery vehicle routing problem: An integer programming-based heuristic, new test problems, and computational results, Computers & Industrial Engineering, Volume 61, Issue 3, 2011, Pages 794-804.
- Daniel A. Neira, Maichel M. Aguayo, Rodrigo De la Fuente, Mathias A. Klapp, New compact integer programming formulations for the multi-trip vehicle routing problem with time windows, Computers & Industrial Engineering, Volume 144, 2020.
- Suwansuksamran, Supanat, and Pornthipa Ongkunaruk. A mixed integer programming for a vehicle routing problem with time windows: A case study of a Thai seasoning company." Proceedings of the 4th International Conference on Engineering, Project and Production Management. **2013**.